

## باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعات شروع: ۱۰/۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۲۲		سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x   x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 3\}$ و $B = \{x   x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ و $C = \{x   x \in \mathbb{R}, -1 < x < 2\}$ حاصل عبارت زیر را به صورت بازه مشخص کنید. الف) $A \cup B$ ب) $A \cap C$	۱
۲	دامنه توابع مقابل را بدست آورید: الف) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ب) $g(x) = \text{tg } x$	۱
۳	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ ، $g(x) = x^2 + 5$ مفروض باشند، الف) ضابطه تابع $g \circ f(x)$ را بیابید. ب) $f(f(5))$ را بدست آورید.	۱
۴	ضابطه‌ی تابع $f$ به صورت $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 + 5 & x \geq 0 \end{cases}$ می باشد. مقادیر $a$ ، $b$ را طوری بیابید که $f(-2) = 3$ و نمودار تابع از نقطه $A = (2, -3)$ عبور کند.	۱
۵	شکل مقابل بخشی از نمودار تابع $f$ است. حاصل عبارات زیر را بدست آورید: الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ج) $f(-1)$	۱/۵
۶	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos x}{1 + \sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x-a}$ د) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{5x}{(x+3)^3}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{1-4x^2}$	۲/۵
۷	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3$ را در نقطه $x=2$ بدست آورید. ا و $b$ را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x > 3 \\ 6 & x = 3 \\ 2ax^2 + bx & x < 3 \end{cases}$ در $x=3$ پیوسته باشد.	۲/۲۵
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-16}$ را بیابید.	۰/۷۵
۹	مشتق توابع روبه رو را بدست آورید.	۱
۱۰	الف) $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x + 2}$ ب) $g(x) = \sqrt{3x^3 - 2x + 5}$ ج) $h(x) = \text{tg } 2x + \cos x$	۲
۱۱	« جهت تقعر » و « نقطه عطف » نمودار تابع $y = x^2(2x - 3)$ را مشخص نمایید.	۱
۱۲	نمودار تابع $y = x^2 - 1$ را رسم کنید.	۲
۱۳	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y = 2x^3 - 1$ را در نقطه $x=1$ واقع بر منحنی بدست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	« موفق باشید »

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۲۲	سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱

راهنمای تصحیح

$$f'(r) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(r+\Delta x) - f(r)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(r+\Delta x)^2 - 1}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{r^2 + 2r\Delta x + (\Delta x)^2 - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2r + \Delta x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2r + \Delta x) = 2r \quad (1/15)$$

الف)  $f'(x) = \frac{2x^2(x+1) - 1(2x^2-1)}{(x+1)^2}$  (1/15)

ب)  $g'(x) = \frac{9x^2 - 4}{\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$  (1/15)

ج)  $h'(x) = 2(1 + \tan x) - \sin x$  (1/15)

الف)  $y' = 4x^2 - 4x \rightarrow y'' = 8x - 4$  (1/15)

$y'' = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$  (1/15)

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$+\infty$
$y''$	$-$	$0$	$+$	$+$

تقریباً  $-\frac{1}{2}$  تقریباً  $+\infty$  (1/15)

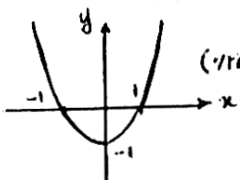
$y = 0 \rightarrow x = \pm 1$  (1/15)

$y' = 2x \xrightarrow{y=0} x = 0$  (1/15)

$D_f = \mathbb{R}$  (1/15)

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$	$+$	$+$

$y$   $+\infty$   $0$   $-1$   $0$   $+\infty$  (1/15)



$y' = 4x^2 \xrightarrow{y=0} f'(1) = 4 \rightarrow m = -\frac{1}{4}$  (1/15)

$f(1) = 1 \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{4}(x - 1)$  (1/15)

نمکدان برای منی عرض نیستند لذا برای راه حل صحیح است  
تقریباً نام مناسب بنظر فرمایید

الف)  $A \cup B = [-2, +\infty) \quad (1/15)$   $A \cap C = (-1, 3) \quad (1/15)$  (1/15)

الف)  $x^2 - 4 > 0 \quad (1/15) \rightarrow D_f = \{x | x < -2 \vee x > 2\}$  (1/15)

ب)  $y = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \cos x \neq 0 \quad (1/15) \rightarrow D_g = \{x | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$  (1/15)

الف)  $g \circ f(x) = g(f(x)) = f^2(x) + 5 \quad (1/15) = x^2 - 4 \quad (1/15)$

ب)  $f(f(5)) = f(\sqrt{5^2 - 4}) \quad (1/15) = \sqrt{5} \quad (1/15)$

$f(-2) = 4 \rightarrow -2a = 4 = 2 \quad (1/15) \rightarrow a = -2 \quad (1/15)$

$(2, -3) \in f \rightarrow 2b + 5 = -3 \quad (1/15) \rightarrow b = -1 \quad (1/15)$

الف)  $2 \quad (1/15)$  ب)  $1 \quad (1/15)$  ج)  $1 \quad (1/15)$  (1/15)

الف)  $\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{1 + \sin \frac{\pi}{4}} \quad (1/15) = \frac{1}{2} \quad (1/15)$

ب)  $\frac{0}{0} \quad (1/15) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{(x-2)(\sqrt{x+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{(x-2)(\sqrt{x+5} + 3)}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{(x-2)(\sqrt{x+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)}{\sqrt{x+5} + 3} = \frac{4}{9} \quad (1/15)$

ج)  $\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{\sin(x-a)}{(x-a)} \right] \frac{1}{x+a} = 1 \times \frac{1}{2a} = \frac{1}{2a}$

د)  $\frac{-15}{0} = +\infty \quad (1/15)$

ه)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-4x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-4x} = 0 \quad (1/15)$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - ax) = 4 - 2a \quad (1/15)$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - ax) = 4 - 2a \quad (1/15)$

$4 - 2a = 4 - 2a = 1 \quad (1/15)$

$f(2) = 4 \quad (1/15)$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax^2 + bx) = 4a + 2b \quad (1/15)$

$4a + 2b = 4 \quad (1/15) \rightarrow 2b = -4 \rightarrow b = -2 \quad (1/15)$

$x^2 - 12 = 0 \quad (1/15) \rightarrow x = -4 \quad (1/15), x = 4 \quad (1/15)$